Síntese - Rev. de Filosofia
v. 37 n. 118 (2010): 187-196

FREGE E A ONTOLOGIA DOS NÚMEROS

(Frege and the ontology of numbers)

*Túlio R. X. Aguiar**

Resumo: **Neste artigo, objetivo analisar a ontologia fregiana concernente aos números naturais. A tese central a ser examinada é a de que os números são objetos e não têm a natureza de propriedades ou conceitos. As razões de Frege para negar que os números possam ser identificados com alguma espécie de conceito estão longe de ser claras e merecem investigação.**

Palavras-chave: **Aritmética, objetos, propriedades, particulares, Frege.**

Abstract: **In this paper I aim to analyze Frege's ontology about natural numbers. The central thesis to be examined is that numbers are objects; they do not have the nature of properties or concepts. Frege's reasons for denying that numbers can be identified with some kind of concept are not clear, deserving further investigation.**

Key-words: **Arithmetic, objects, properties, particulars, Frege.**

1. Introdução

Frege, em seu *Fundamentos da Aritmética*, realiza uma das mais perceptivas análises do conceito de número, dando os primeiros contornos daquilo que viria a ser reconhecido como o projeto logicista para a aritmética. *Grosso modo*, a tese fundamental é de que todas as noções e proposições fundamentais da aritmética podem ser reduzidas aos seus equivalentes lógicos. Esta tese, tão singelamente enunciada, recebe uma expressão bastante complexa nesta obra de 1884. Para o leitor con-

* Professor Adjunto de Departamento de Filosofia da FAFICH/UFMG. Artigo submetido a avaliação no dia 07/05/2009 e aprovado para publicação no dia 16/05/2010.

temporâneo, talvez um dos aspectos mais intrigantes da obra é como as considerações lógicas são permeadas por concepções ontológicas. De fato, dos quatro capítulos, apenas o último é realmente dedicado à redução logicista. Nos três primeiros capítulos, Frege procura, através de um confronto com a tradição filosófica, investigar a natureza dos números naturais e das proposições numéricas, articulando uma posição realista (de cunho platônico) acerca dos números como entidades abstratas. Frege elege investigar os números enquanto cardinais – os que respondem à pergunta "quantos ?". É talvez a tese mais forte do livro a de que a matemática, como as demais ciências, tem os seus próprios objetos e o grande desafio é caracterizar plausivelmente a natureza destes. Existem pelo menos três dificuldades envolvendo a caracterização logicista dos números. Em primeiro lugar, está a questão de como podemos ter acesso aos objetos abstratos da matemática. Em segundo, está a exigência da própria matemática de que este domínio de objetos seja infinito e não é claro como a lógica pode explicar isto. Finalmente, temos o problema, ligado aos anteriores, de que, do ponto de vista plenamente logicista de Frege, os objetos matemáticos deveriam se reduzir a objetos lógicos. E, como Dummett observou, faz parte de nossa concepção de lógica a ideia de que não existem objetos lógicos[1]. O nosso trabalho tem o objetivo de avaliar criticamente a concepção fregiana dos números naturais, percorrendo o leque de opções por ele descortinado e as razões que apresenta para negar ou afirmar cada uma delas. Em particular, tentaremos elucidar a qual categoria ontológica pertence os números.

2. Os Números como particulares

No parágrafo 13, Frege faz certas considerações que são reveladoras de suas concepções ontológicas. Dando continuidade a certas reflexões leibnizianas, diz:

> Vários pontos, retas, planos podem distinguir-se apenas quando apreendidos simultaneamente em uma intuição. Se em geometria leis gerais são obtidas a partir da intuição, isto explica-se pelo fato de que os pontos, retas e planos intuídos não são propriamente particulares, podendo por isso valer como representantes de toda sua espécie. Isto não ocorre no caso dos números: cada um tem a sua peculiaridade. Em que medida um número determinado pode representar todos os outros, e em que momento sua particularidade se faz valer, é algo que não se pode dizer de antemão[2].

[1] "Logicism is not a natural ally of platonism, because, on the most natural view of logic, there are no logical objects: it was a tour de force on Frege's part to combine a vehement advocacy of Platonism with unreserved logicism about number theory and analysis" (DUMMETT (1991): 301).
[2] FREGE, G. *Os Fundamentos da Aritmética*. São Paulo, Ed. Abril, (1884), 214.

Nesta passagem, vemos a primeira sugestão de Frege de que os números são particulares. Ainda, eles têm propriedades únicas que os distinguem, sem necessidade de apelo, como no caso dos pontos geométricos, à sua situação no espaço. A mensagem de Frege aqui está longe de ser clara. O que deveríamos dizer é que os pontos geométricos são de fato particulares, devido a sua localização no espaço, embora sejam qualitativamente idênticos. O fato de que a base para distinguir os números não seja espacial não parece levar, por si só, à conclusão de que sejam particulares. Ao longo de todo o livro, Frege insistirá que os números são objetos (enquanto opostos a conceitos) e que não têm realmente natureza predicativa, sendo, então, natural classificá-los como particulares. Analisando esta passagem em seu contexto imediato, devemos observar que o parágrafo anterior (§ 12) termina como uma discussão crítica da distinção kantiana entre intuição e conceito. No parágrafo 13, o interesse imediato de Frege parece ser mostrar que, devido à heterogeneidade dos números, nenhuma forma de intuição sensível serviria de base para os enunciados da aritmética. Há, ainda, o problema dos números muito grandes. Como poderia haver algum tipo de intuição sensível do número 100.000? Em conexão com esta discussão, aparece um argumento e um tema caro a Frege em todo o desenvolvimento do livro. O tema diz respeito ao fato de que uma boa explicação da aritmética deve explicar não só as aplicações estritamente matemáticas dos números, mas também todas as demais aplicações nos diversos contextos em que nós realizamos a atividade de contar. Tal ênfase sobre a aplicabilidade da aritmética é que excluiria uma abordagem estruturalista da aritmética. Se os números tivessem a sua identidade dada apenas por relações internas, seria no mínimo pouco claro como explicar as suas aplicações extramatemáticas. Associado a este tema, temos o argumento da extrema generalidade da aritmética cujas aplicações se estendem para além dos objetos concretos e dos objetos intuíveis, coincidindo, segundo Frege, com o domínio do pensável. Tamanha amplitude de aplicação indicaria uma autonomia da aritmética com relação às propriedades dos objetos concretos e também frente às noções espaciais e temporais, ajudando a determinar a natureza dos números.

3. Os Números podem ser propriedades?

O próximo passo de Frege é examinar se os números são propriedades das coisas exteriores. Frege nota que, em nossas construções linguísticas, os números aparecem muitas vezes em posição atributiva, sugerindo um funcionamento análogo às propriedades físicas. Em uma das refutações mais decisivas de sua obra, Frege procura mostrar que, embora a atribuição numérica se comporte superficialmente como a atribuição de propriedades físicas, ela não pode realmente ser reduzida a estas. Quando estamos diante de um agregado físico, não temos algo ao qual poderíamos simplesmente atribuir um número, já que este agregado pode ser decomposto de muitas maneiras. Em outras palavras, a atribuição numérica não pode ser feita diretamente aos agregados físicos, pois a unidade de agregação pode variar para o mesmo agregado. Por exemplo, podemos falar de duas botas ou de um par de botas, de 200 homens ou de 4 pelotões. O funcionamento dos termos numéricos e de outros termos utilizados para atribuir propriedades diferem também de maneira importante, sendo a comparação com o caso das cores bastante instrutiva. Frege diz:

> Não falamos em sentido completamente diferente de mil folhas e de folhas verdes de uma árvore? Atribuímos a cor verde a cada folha, mas não o número 1000. Podemos compreender todas as folhas de uma árvore sob o nome de ramagem. Esta também será verde, mas não será 1000. A que pertence propriamente a propriedade 1000? Parece que nem à folha singular nem à totalidade delas; talvez não pertença propriamente a coisas do mundo exterior?[3]

Nesta passagem, várias considerações entram em jogo. Em primeiro lugar, muitas das propriedades do mundo físico se aplicam distributivamente. Se certo todo é verde, cada parte sua é verde, mas obviamente a atribuição numérica não se comporta analogamente. É evidente que tal comparação só faz sentido se supusermos que um número pode ser aplicado ao todo de uma situação física. Entretanto, Frege pensa que o número não pode ser aplicado também ao todo, no exemplo, à ramagem, já que este é sempre um. A estratégia geral de Frege parece ser a de mostrar como é difícil, sob a suposição de que os números sejam propriedades, localizar aquilo de que eles seriam propriedades. No horizonte, existe ainda a tese para a qual Frege tem mais convicção do que argumentos de que os termos numéricos não podem realmente ser qualquer tipo de propriedade. Continuando a comparação entre os termos para números e as propriedades físicas, Frege assinala que quando dou a alguém uma pedra e digo "determine o seu peso", a situação é completamente diferente daquela em que dou um maço de cartas e digo "determine o seu número". No último caso, seria necessária uma determinação adicional, esclarecendo se quero saber o número de cartas, ou o número de jogos completos, ou talvez o número de naipes. Como seria contraditório supor que números diferentes podem se aplicar à mesma situação física, a conclusão é que o número não pertence à realidade física. Não sendo certa configuração física o suficiente para a atribuição numérica, também não é necessária. Em uma de suas muitas passagens irônicas contra Mill, Frege pergunta se seria preciso reunir todos os cegos do império alemão em uma assembléia para dar sentido à expressão "os cegos do império alemão", dando obviamente uma resposta negativa.

---

[3] FREGE, G. *Os Fundamentos da Aritmética*. São Paulo, Ed. Abril, (1884), 220.

Como só podemos atribuir um número a um agregado após apreendê-lo de certa maneira, uma opção natural seria pensar que o número é algo psicológico. A refutação desta posição por Frege é mais breve, reverberando o espírito anti-psicologista de toda a sua obra. Basicamente, os argumentos insistem sobre o fato de que a aritmética, como uma ciência, exige uma objetividade incompatível com as características individuais dos processos psicológicos. Frege então alerta o leitor para o fato de que é possível pensar num tipo de objetividade diferente da dos objetos concretos. Para ele, existem objetos não situados no espaço e no tempo e que seriam os candidatos naturais para a ontologia da matemática[4].

No capítulo 3, intitulado "Opiniões sobre a unidade e um", Frege continua a sua investigação, refletindo agora sobre o número um e tentando separá-lo da noção de *unidade*. Este termo, por sua vez, tem o seu significado oscilando entre *coisa a ser enumerada* e uma *propriedade desta coisa*. A primeira coisa a considerar é se as coisas que são chamadas unidades, o são em virtude de possuírem a propriedade "um". Assim como no caso dos demais números, Frege rejeita a possibilidade de que "um" possa funcionar como uma propriedade. Um de seus argumentos é que não podemos ver como "um" poderia representar uma determinação adicional de uma determinada coisa. Como a extensão do suposto predicado "um" seria máxima, o seu conteúdo (o que nós chamaríamos intensão) seria nulo. Faz sentido dizer "Sólon foi sábio", mas qual seria o sentido de "Sólon foi um"? Além disso, quando examinamos a formação do plural, vemos que:

> Enquanto é possível contrair "Sólon foi sábio" e "Tales foi sábio" em "Sólon e Tales foram sábios", não se pode dizer "Sólon e Tales foram uns". Não se compreenderia esta impossibilidade se "um", assim como "sábio", fosse uma propriedade tanto de Sólon quanto de Tales[5].

Novamente, vemos a tentativa de mostrar que os termos numéricos não funcionam como as propriedades familiares. A sentença "Sólon e Tales foram uns" só faria sentido se algum termo conceitual, como "sábio", estivesse subtendido. Neste caso, porém, "um" não estaria efetuando qualquer tipo de atribuição numérica. Em seguida, Frege investiga a aproximação da noção de *unidade* com as de *indivisão* e *delimitação*, recusando também aí qualquer pertinência destes sentidos para a análise do número. Assim, "quando dizemos que a Terra tem uma lua, não pretendemos com isto explicar que esta é uma lua delimitada, existindo por si e indivisa; (...). Com respeito à delimitação e indivisão, as luas de Júpiter podem medir-se com a nossa, e neste sentido possuem unidade tanto quanto ela"(§ 32).

[4] Neste ponto, Frege explica a sua concepção dos objetos abstratos, dando como exemplos também o eixo da terra e o centro de massa do sistema solar (§ 26).
[5] FREGE, G. *Os Fundamentos da Aritmética*. São Paulo, Ed. Abril, (1884), 227/228.

Finalmente, Frege examina a opinião de que o número é uma reunião de unidades. A ideia é que, partindo de um conjunto de coisas concretas, poderíamos, por um processo de abstração, apagar todas as características individuais de cada uma das coisas, chegando a unidades perfeitas – itens que determinariam precisamente a quantidade de coisas daquele conjunto. O problema de Frege com esta concepção é entender precisamente que tipo de coisa é uma unidade. De fato, se o processo de abstração é completo, as unidades seriam indistinguíveis e não teríamos uma pluralidade, perdendo então a possibilidade de formar o número. Por outro lado, se as unidades são distintas, como identificar certo número com algum conjunto de unidades? Diante de conjuntos equinuméricos, qual nós escolheríamos para fazer a identificação? A conclusão que Frege tira deste dilema é que "unidade" não é termo para uma coisa e sim um termo conceitual. Nesse sentido, novamente é preciso distinguir *a unidade* e *o número um*. Argumentos gramaticais novamente ajudam a indicar o caminho e Frege chama a atenção para o fato de usarmos o artigo definido ao dizermos *o número um*, enquanto que o artigo indefinido é que seria apropriado quando falamos de *unidade*. Também não vemos o sentido de fazer o plural do número um, mas falamos de *unidades*. Frege diz:

> Diz-se "o número um", e com o artigo definido indica-se um objeto definido e singular da investigação científica. Não há diferentes números um, mas apenas um. 1 é um nome próprio, que enquanto tal não admite plural, tanto quanto "Frederico, o Grande" ou "o elemento químico ouro"[6].

Em terminologia contemporânea, os números fregianos seriam particulares abstratos. Este híbrido combina elementos de duas categorias mais conhecidas: os particulares concretos e os universais abstratos. *Grosso modo*, podemos pensar que um particular é algo que não se repete, em oposição a um universal, que possui múltiplas instâncias. A categoria das entidades abstratas, por outro lado, descreve um tipo de entidade que existiria sem ter localização no espaço e no tempo. Cada número existiria como algo individuado de maneira semelhante aos vários objetos físicos que encontramos em nosso cotidiano. Entretanto, o passo final de Frege, na tentativa de delimitar a categoria ontológica dos números, está longe de ser claro. Afinal, de que coisa os termos numéricos são enunciados? A famosa resposta é que "a indicação numérica contém um enunciado sobre um conceito" (§ 46). Na sequência da discussão, Frege faz a importante distinção entre as notas características de um conceito e suas propriedades. As notas características de um conceito são propriedades de suas instâncias, não acontecendo o mesmo com as propriedades de um conceito. Assim, na expressão "quatro nobres cavalos", apenas *nobre* pode funcionar como uma nota característica, ao passo que *quatro* enuncia alguma coisa de um

[6] FREGE, G. *Os Fundamentos da Aritmética*. São Paulo, Ed. Abril, (1884), 232.

conceito. Quando dizemos que quatro convém ao conceito *satélite de Júpiter*, o pensamento mais natural seria que quatro é uma propriedade deste conceito. Entretanto, esta não é exatamente a posição de Frege. Ele acentua, no parágrafo 57, várias características dos números singulares que impediriam a sua assimilação direta a uma propriedade. Novamente, ele nota que usamos o artigo definido quando falamos dos números, indicando tratar-se de algo independente – um objeto. Numa indicação numérica dizendo que *ao conceito F convém o número n*, teríamos o número n como parte do predicado, sendo este presumivelmente o predicado *ter o número n*. Frege não explicita realmente qual seria o predicado e como ele funcionaria. Poderíamos tentar uma analogia com *x tem uma caneta*, em que *caneta* não é obviamente uma propriedade de x, mas faz algum sentido pensar que *ter uma caneta* poderia funcionar como algum tipo de propriedade. Frege destaca ainda que a independência dos números se manifesta nas equações, como 2 + 2 = 4 , sendo estas o tipo de enunciado mais típico em que os números figuram. Para o nosso autor, o uso atributivo dos números é enganoso e o recurso à paráfrase restabeleceria o acordo com a ontologia dos objetos. Assim, "Júpiter tem quatro luas" seria convertida em "o número de luas de Júpiter é quatro", tendo "é" aqui o sentido de identidade. Como talvez seja óbvio para o leitor contemporâneo, o recurso às paráfrases não ajuda muito, na medida em que este procedimento é simétrico. Não há um argumento cogente indicando uma direção preferencial para as paráfrases e por esta razão elas não constituem um guia seguro para a ontologia. O que o argumento da paráfrase realiza isoladamente, então, é apenas mostrar que os números entendidos como objetos – entidades independentes e completas – são compatíveis com certos modos de expressão.

O próximo passo de Frege para mostrar a plausibilidade de sua posição é mostrar como os números entendidos como objetos podem nos ser dados. A solução para este problema será dada pelo princípio do contexto[7] e pela definição contextual de número. Esta última ocorre na forma do chamado *princípio de Hume*: o número que convém ao conceito F é igual ao número que convém ao conceito G se e somente se os F's podem ser postos em correspondência biunívoca com os G's (em símbolos, temos NF = NG º F eq G). Este princípio, como é conhecido, permite a Frege provar uma série de proposições fundamentais da aritmética. Ontologicamente, ele é importante, pois fixa as condições de identidade para os números. Frege crê, entretanto, que o princípio de Hume ainda não é o bastante para a identificação dos números, já que não resolveria o famoso problema *Júlio César*. De fato, o princípio não permite decidir se Júlio César é ou não um número, deixando indeterminado o valor de verdade de expressões do tipo NF

7 Em uma de suas formulações o princípio diz: "Apenas no contexto de uma proposição as palavras significam algo" (§ 62).

= g, em que g é um termo singular. O princípio de Hume supõe sempre expressões funcionais do tipo *o número de F's* e nem mesmo permitiria determinar, diretamente, as condições de verdade de " 2 + 5 = 7 "[8]. Mais, critérios de identidade para certas entidades não são definições que especificam completamente o significado destas. Assim, Frege foi movido a buscar uma definição explícita de número. A célebre passagem diz que "o número que convém ao conceito F é a extensão do conceito "equinumérico ao conceito F" (§ 68). A extensão de um conceito, mesmo de 2º nível, é um objeto e podemos considerar que possui nível 0. A intrigante nota ao parágrafo 68, onde Frege sugere a possibilidade de se falar simplesmente *conceito* ao invés de *extensão de conceito*, em última análise, conflita com a insistência de que os números são objetos[9] e com uma série de pontos metodológicos da obra. Na mesma nota, Frege diz que a sua sugestão poderia ser desenvolvida, mas ficamos sem saber realmente o que ele tinha em mente.

4. A infinidade dos números

Qualquer teoria acerca dos números naturais tem como uma das suas tarefas mais importantes explicar como exatamente devemos construir a sua infinidade. A engenhosa solução de Frege consiste em mostrar que o número que convém ao conceito *número de 0 a n* é n + 1. Vejamos o problema de considerar aqui que um número poderia ser algum tipo de conceito. Se considerarmos que os números que caem sob o conceito *número de 0 a n* são conceitos de nível 2 (conceito de conceito), então o próprio conceito *número de 0 a n* tem nível 3. O número deste conceito, por sua vez, sendo o conceito *equinumérico ao conceito "número de 0 a n"*, teria nível 4. Assim, n, sendo uma entidade de nível 2, teria uma entidade de nível 4 como sucessor, algo em desacordo com o nosso tratamento homogêneo dos números. Um exemplo ainda mais curioso seria o número que convém ao conceito *número primo menor do que 7*, pois este, o número 3, teria dois níveis diferentes, enquanto número do referido conceito ou como instância dele[10]. Aqui temos mais uma razão para que Frege não admita números como conceitos (ou propriedades) e sua insistência de que os números são objetos. Tais objetos, como sabemos, são extensões de conceitos de 2º nível e a tentativa de dar as condições de identidade destas

---

[8] LOWE, E. J. "Objects and Criteria of Identity" in HALE & WRIGHT (eds.). *A Companion to the Philosophy of Language*. Oxford, Blackwell Publishing, 1997, 621.

[9] O que parece estar em jogo é como dar as condições de identidade de conceitos, pois dois conceitos diferentes podem ter a mesma extensão. A concepção latente, quando Frege escreveu *Os Fundamentos da Aritmética*, é que os conceitos têm condições de identidade mais finas do que as suas extensões. Isto seria mais uma razão para que os números sejam vistos como objetos. Para uma discussão deste ponto, ver LUCE (1988).

[10] Estamos considerando que caem sob este conceito os números 2, 3 e 5.

levou ao conhecido paradoxo de Russell. Tal é o dilema ao qual o nosso filósofo chegou ao final da vida. Se os números são objetos, não conseguimos explicá-los inteiramente do ponto de vista lógico. Se os números são conceitos de diversos níveis, nós não temos a homogeneidade que transparece no nosso discurso sobre números. É curioso, entretanto, que nenhum argumento deste tipo apareça explicitamente nos *Fundamentos*. Por outro lado, na carta a Darmstaedter, de 1919, Frege demonstra uma percepção clara deste problema.

> Desde que um enunciado numérico baseado sobre a contagem contém uma asserção acerca de um conceito, em uma linguagem logicamente perfeita uma sentença usada para fazer tal enunciado deve conter duas partes, primeiro um signo para o conceito acerca do qual o enunciado é feito, e, em segundo lugar, um signo para um conceito de segundo nível. Estes conceitos de segundo nível formam séries e há uma regra em acordo com a qual, se um destes conceitos é dado, nós podemos especificar o próximo. Mas nós ainda não temos neles os números da aritmética; nos não temos objetos, mas conceitos. Como nós podemos passar destes conceitos para os números da aritmética de uma maneira que não pode ser censurada? Ou simplesmente não existem números na aritmética? Seria possível que os numerais ajudassem a formar signos para estes conceitos de segunda ordem, não sendo eles mesmos signos em seu próprio direito?[11]

Apesar de formular todas estas questões, Frege nunca esteve preparado para considerar seriamente qualquer espécie de formalismo, nominalismo ou estruturalismo. Ele sempre recusou a ideia de que os números pudessem ser algum tipo de ficção e o seu platonismo permaneceu forte mesmo quando o seu logicismo estava morto. Em um texto que data do ano de sua morte, ele fala do clima predominantemente formalista que encontrou, quando começou a escrever sobre a aritmética, voltando a atacar tal concepção como destituída de sentido. Quanto aos seus compromissos ontológicos, ele diz que "eu, de minha parte, nunca tive qualquer dúvida que os numerais devem designar alguma coisa em aritmética, se tal disciplina realmente existe, um fato que é difícil negar"[12]. Lembremos que neste texto Frege sugere que a aritmética pode ser explicada em bases geométricas.

[11] FREGE, G. "Notes for Ludwig Darmstaedter" in BEANEY, M. (ed.). *The Frege Reader*. Oxford, Blackwell Publishing, 1919, 367. Harold Hodes, em seu texto "Logicism and the Ontological Commitments of Arithmetic", foi quem despertou a minha atenção para esta passagem de Frege. Hodes cita a mesma passagem, mas como a sua intenção é defender certo tipo de ficcionalismo, ele responde afirmativamente às questões de Frege. Ainda, Hodes diz que Frege parece ter considerado seriamente a possibilidade de que os numerais não denotem realmente. Tal interpretação, entretanto, não se adéqua muito bem ao pensamento fregiano como um todo e a várias evidências textuais.

[12] FREGE, G. "Numbers and Arithmetic" in BEANEY, M. (ed.). *The Frege Reader*. Oxford, Blackwell Publishing, (1925), 372.

Bibliografia

1. FREGE, G. (1884). *The Foundations of Arithmetic*. New York, Pearson Longman, 2007.

2. FREGE, G. (1884). *Os Fundamentos da Aritmética*. São Paulo, Ed. Abril, 1983.

3. FREGE, G. (1919). "Notes for Ludwig Darmstaedter" in BEANEY, M. (ed.). *The Frege Reader*. Oxford, Blackwell Publishing, 1997.

4. FREGE, G. (1925). "Numbers and Arithmetic" in BEANEY, M. (ed.). *The Frege Reader*. Oxford, Blackwell Publishing, 1997.

5. DUMMETT, M. (1991). *Frege: philosophy of mathematics*. Cambridge, Harvard University Press.

6. LOWE, E. J. (1997). "Objects and Criteria of Identity" in HALE & WRIGHT (eds.). *A Companion to the Philosophy of Language*. Oxford, Blackwell Publishing, 1997.

7. BEANEY, M. (ed.). *The Frege Reader*. Oxford, Blackwell Publishing, 1997.

8. LUCE, L. (1988). "Frege on Cardinality". *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol. 48, No 3, pp. 415-434.

9. HODES, H. (1984). "Logicism and Ontological Commitments of Arithmetic", *The Journal of Philosophy*, Vol. 81, No 3, pp. 123-149.

Endereço do Autor:

Departamento de Filosofia
Fafich/UFMG
e-mail: taguiar.bh@terra.com.br